

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

К.В. ФЕДИН

СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ
В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Учебно-методическое пособие

НОВОСИБИРСК
2020

УДК 550.344.33(075.8)

Ф 326

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук *Г.М. Митрофанов*,

канд. техн. наук *И.В. Михайлов*

Работа подготовлена на кафедре газодинамических систем
для студентов IV курса
по направлению 16.03.01 «Техническая физика» физико-технического
факультета по дисциплине «Экспериментальные методы
исследований» и утверждена Редакционно-издательским советом
университета в качестве учебно-методического пособия

Федин К.В.

Ф 326 Стоячие волны в геофизических исследованиях : теория и практика : учебно-методическое пособие / К.В. Федин. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2020. – 36 с.

ISBN 978-5-7782-4284-5

В пособии излагается введение в теорию и практику экспериментальных методов геофизики.

Рассматривается теория и практика геофизических методов исследования, а именно выделение стоячих волн из микросейсма, измерение скоростей на образцах, трехмерное физическое моделирование, измерение толщины льда по акустике. Приведена область применения этих методов. Обсуждаются результаты, которые необходимо получить в ходе изучения данного курса.

Предназначено для студентов старших курсов, которые специализируются по геофизике и геофизическим методам разведки полезных ископаемых.

УДК 550.344.33(075.8)

ISBN 978-5-7782-4284-5

© Федин К.В., 2020

© Новосибирский государственный
технический университет, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Упругие стоячие волны в геофизических приложениях (обзор)	6
2. Моделирование изгибных стоячих волн, возбуждаемых акустическими шумами в балках прямоугольного сечения	9
3. Методика проведения экспериментов	11
4. Обработка экспериментальных данных	16
5. Определение толщины льда по стоячим волнам	22
Вопросы для самоконтроля и задачи	31
Библиографический список	32

ВВЕДЕНИЕ

Упругие стоячие волны широко применяются в сейсмоакустических исследованиях на разных масштабных уровнях. На «микроровне» стоячие волны разных типов (стержневые продольные, крутильные, изгибные) используются при резонансных измерениях, которые долгое время были основным методом изучения упругих и поглощающих свойств горных пород в лабораторных условиях. Упругие стоячие волны на планетарном уровне – это собственные колебания Земли, изучение которых дает информацию о ее внутреннем строении, вещественном составе, особенностях вращения и т. д.

На промежуточных масштабных уровнях наиболее широкое применение стоячие волны находят в инженерной сейсмологии, где они, в частности, используются при обследовании зданий и сооружений, в основном для оценки их технического состояния и сейсмостойкости. Чаще всего при таких исследованиях колебания в испытываемых конструкциях возбуждают с помощью искусственных источников [2], что позволяет исследовать собственные частоты, декременты затухания колебаний, а в некоторых случаях и формы стоячих волн. Однако обследование сооружений с искусственными источниками – трудоемкая операция, требующая больших временных и материальных затрат.

Прорывом в этой области инженерной сейсмологии стала разработанная коллективом авторов методика выделения стоячих волн из шумового (микросейсмического) поля [5–7]. Эта методика реализована в технологии обследования зданий и инженерных сооружений, позволяющей по записям микросейсм в разных точках исследуемых объектов определять значения собственных частот и изучать формы стоячих волн, формирующихся в них под действием микросейсмических колебаний.

Особенностью методики является то, что в каждом отдельном сеансе измерений производится синхронная регистрация колебаний объекта под воздействием микросейсм в неподвижных опорных точках

и точках, меняющих свое положение от сеанса к сеансу. Таким образом, даже с малоканальной аппаратурой исследуемый объект может быть покрыт густой сетью наблюдений. Основная проблема при таком способе получения исходных данных состоит в преобразовании к «единому» времени записей, полученных в разных сеансах. Алгоритм такого преобразования реализован разработчиками упомянутой технологии на основе фильтров Винера в предположении о том, что для любой пары точек в исследуемом объекте связь параметров стоячих волн описывается не зависящей от времени линейной системой, а для бегущих волн такая связь отсутствует.

В последние годы аналог этой методики находит применение и в другой области инженерной сейсмологии – в сейсмическом микрорайонировании [5–7, 14–16, 33, 34]. Выделение из зарегистрированного на исследуемом участке микросейсмического поля его когерентных составляющих (стоячих волн) позволяет определять резонансные частоты верхней части разреза (ВЧР), строить карты усиления колебаний на собственных частотах, оценивать точность определения коэффициентов усиления.

Несмотря на то что данная методика в настоящее время достаточно активно используется в практике инженерно-сейсмологических исследований, перспективы ее применения для решения многих задач инженерной сейсмологии изучены еще далеко не в полной мере. В связи с этим актуальным становится экспериментальное исследование возможностей методики на модельных объектах с хорошо контролируемыми геометрией и физическими характеристиками. Кроме того, такое моделирование позволяет изучать характер влияния тех или иных факторов на поле стоячих волн. Основывающиеся на теории подобия волновых явлений [8–10] результаты физического моделирования могут быть в дальнейшем экстраполированы на реальные объекты.

Настоящее издание предназначено для студентов старших курсов, которые специализируются по геофизике и геофизическим методам разведки полезных ископаемых. Приводится ряд экспериментальных работ, каждая из которых решает важные задачи в геофизике.

Рекомендации по учебной литературе: в качестве введения в экспериментальные методы геофизики можно рекомендовать учебники Л.Д. Гика [3–4], И.С. Чичинина и др. [27], а также учебник Vlastislav Cerveny and Ravindra [7]. Учебник Vlastislav Cerveny and Ravindra [29] может оказаться труден при первом прочтении, но будет чрезвычайно полезен для студентов, специализирующихся по сейсмике, для более углубленного изучения предмета.

1. УПРУГИЕ СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ (ОБЗОР)

Стоячие волны возникают, когда две гармонические волны с равными периодами и амплитудами распространяются навстречу друг другу [26, 11, 20]. В одномерном случае две такие волны, бегущие вдоль оси x , можно описать выражениями

$$a_1 = a_0 \sin(kx - \omega t),$$

$$a_2 = a_0 \sin(kx + \omega t),$$

где a_0 – амплитуда; ω – круговая частота; k – волновое число; t – время.

Просуммировав эти выражения, после несложных тригонометрических преобразований можно получить формулу, описывающую колебательный процесс в стоячей волне:

$$a = 2a_0 \cos(\omega t) \sin(kx).$$

Как видно из этой формулы, в каждой точке x происходят гармонические колебания, амплитуды которых распределены вдоль оси x по синусоидальному закону. Точки, в которых $\sin(kx)$ обращается в нуль, т. е. колебания в которых отсутствуют, называются узлами. Максимальные колебания наблюдаются в точках, для которых $\sin(kx) = 1$ – это пучности колебаний. Так как волновое число связано с длиной волны λ соотношением $k = 2\pi / \lambda$, расстояния между соседними узлами, а также между соседними пучностями равны половине длины волны. На каждом участке между соседними узлами колебания синфазны; в смежных участках колебания происходят в противофазе.

Отсутствие колебаний в узловых точках стоячей волны означает, что через эти точки энергия не переносится, а между ними лишь происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно. В случае, если встречные волны имеют разную амплитуду, они компенсируются не полностью; в результате их интерференции идеальные узлы со строго нулевыми смещениями не наблюдаются, и часть энергии распространяется в виде бегущей волны. В этом случае говорят о коэффициенте стоячей волны [20].

Стоячие волны могут возникать, например, при отражении бегущих волн от препятствий, когда происходит интерференция падающей и отраженной волны. При этом в зависимости от условий отражения на отражающей границе может находиться как пучность (например, при отражении звука в воде от ее границы с воздухом), так и узел колебаний (при отражении от той же границы звука в воздухе) [18]. Соответственно при резонансных явлениях в ограниченных телах с одинаковой геометрией в зависимости от условий на границах могут формироваться семейства мод стоячих волн с разными наборами собственных частот. Если на противоположных границах резонирующего тела образуются только пучности или только узлы, то между этими границами будет укладываться целое число полудлин стоячих волн. Соответствующие собственные частоты тела в этом случае равны

$$f_n = \frac{nV}{2l}, \quad (1)$$

где V – скорость распространения интерферирующих волн; l – расстояние между границами; n – номер моды стоячей волны.

Если же на одной границе образуются узлы, а на другой пучности, то между ними будет укладываться нечетное число четвертей длин волн. При этом собственные частоты определяются формулой

$$f_n = \frac{(2n-1)V}{4l}. \quad (2)$$

При интерференции волн, распространяющихся под углом друг к другу, также возникают стоячие волны. Так, две гармонические волны равной частоты и одинаковой амплитуды, бегущие под углом друг к другу, образуют интерференционную картину, бегущую в одном направлении, но стоячую – в другом [11]. Иначе говоря, суперпозицию

волн, бегущих под углом друг к другу, можно рассматривать как волну, стоячую в одном и бегущую без изменения формы в другом направлении.

Образование стоячих волн может быть обусловлено интерференцией бегущих волн различной физической природы. Можно привести множество примеров стоячих волн разного масштаба, например, электромагнитных (от световых стоячих волн [13] до низкочастотных волн Шумана, возникающих между поверхностью Земли и ионосферой [36]), волн на поверхности жидкости (от волн в лабораторных опытах [26] до весьма низкочастотных сейш в крупных водоемах [1]), волн Фарадея, возникающих при параметрических вертикальных резонансах в жидкости [12] и т. д. Так как настоящая работа посвящена исследованию упругих стоячих волн, возникающих в физических моделях различных объектов, ниже будут рассмотрены некоторые примеры и особенности применения упругих стоячих волн в различных геофизических приложениях. Далее в тексте под стоячими волнами будут подразумеваться именно упругие стоячие волны.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБНЫХ СТОЯЧИХ ВОЛН, ВОЗБУЖДАЕМЫХ АКУСТИЧЕСКИМИ ШУМАМИ В БАЛКАХ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Строительство и эксплуатация гражданских и промышленных зданий и сооружений в обязательном порядке сопровождается комплексом мероприятий, связанных с обеспечением устойчивости как сооружений в целом, так и отдельных их компонентов. Важная роль здесь отводится методам контроля и мониторинга состояния несущих и других конструктивных элементов сооружений. К числу наиболее эффективных методов этой группы относятся сейсмоакустические методы.

В последние годы разработана и успешно применяется в ряде организаций технология обследования инженерных сооружений методом стоячих волн [5–7]. Технология позволяет по разновременным записям микросейсм, полученных с помощью малоканальной аппаратуры во многих точках исследуемых объектов, и синхронным с ними записям микросейсм в одной или нескольких опорных точках определять значения собственных частот и изучать формы стоячих волн, формирующихся в сооружениях под действием микросейсмических колебаний.

Геометрия форм стоячих волн, частотные и фазовые характеристики собственных колебаний зависят от строения объекта, его физических свойств, а также от граничных условий. Поэтому стоячие волны могут быть использованы как для разовых обследований сооружений с целью выявления в них различного рода дефектов, так и для мониторинговых наблюдений, позволяющих отслеживать изменение свойств исследуемых объектов во времени.

Как правило, реальные сооружения имеют сложную конструкцию, к тому же свойства материалов, из которых они изготовлены, не всегда могут быть определены с достаточной для построения расчетных моделей точностью. Это затрудняет исследование на математических моделях влияния разного рода дефектов, изменения физических свойств материала или внешних условий на возникающие в различных объектах под действием микросейсм стоячие волны. В связи с этим становится актуальным экспериментальное исследование стоячих волн, формирующихся под действием акустических шумов в физических моделях с хорошо контролируемой геометрией и физическими характеристиками. Такое физическое моделирование позволяет изучить характер влияния тех или иных факторов на поле стоячих волн в различных объектах. Результаты моделирования согласно теории подобия волновых явлений [8–10] могут быть экстраполированы на соответствующие критериям подобия реальные объекты.

В настоящем разделе описана методика и представлены результаты физического моделирования стоячих волн, формирующихся под действием акустических шумов в балках прямоугольного сечения, в том числе с щелевидными дефектами [14–16]. Для выделения стоячих волн из шумового поля использован лабораторный вариант упомянутой выше методики обследования зданий и сооружений, основанный на описанном в разделе 3 методе пересчета разновременных данных к «единому» времени. Кроме оценки эффективности применения данной методики в высокочастотном (килогерцовом) диапазоне частот, целью экспериментов было продемонстрировать на относительно простых моделях принципиальную возможность ее применения в диагностике и мониторинге различных объектов для выявления и локализации возникающих в них дефектов.

3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Методическим вопросам физического моделирования сейсмических волновых явлений уделяется внимание практически во всех публикациях по данной проблеме, начиная с ранних и кончая недавними работами [см., например, 3, 4, 8–10, 28, 30, 39]. Однако методика моделирования упругих стоячих волн, возбуждаемых сейсмоакустическими шумами в ограниченных объектах, до настоящего времени не была разработана.

Ниже описаны аппаратура и методические приемы, применявшиеся нами при моделировании акустических шумов в балках, а в следующем разделе на примере обработки экспериментальных данных, полученных для незакрепленной балки, иллюстрируется возможность выделения стоячих волн из шумового поля в килогерцовом диапазоне. Эта методика применялась при получении результатов, описанных далее в настоящем разделе, а также (с небольшими изменениями) и в экспериментах, результаты которых представлены в соответствующих разделах.

В качестве моделей балок прямоугольного сечения использовались образцы в форме параллелепипедов толщиной 3,5 см и шириной 7 см, длина которых в разных экспериментах варьировалась в пределах 49,5...50 см. Образцы были изготовлены из бетона на основе смеси речного песка с размерами частиц менее 3 мм и цемента М400 в пропорции 2 : 1. Поскольку данный материал по механическим и плотностным свойствам близок ко многим строительным материалам, подобие изучаемых волновых явлений в моделях и натуральных объектах определяется в основном их геометрическими характеристиками [8–10]. В частности, при одинаковой форме модели и натурального объекта отношение частот одноименных стоячих волн в них должно быть обратно пропорциональным отношению их размеров.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Регистрация акустических шумов, имитирующих микросейсмы в натуральных условиях, осуществлялась с помощью двух ультразвуковых датчиков, один из которых использовался как опорный и устанавливался неподвижно на поверхности модели, а другой в ходе экспериментов последовательно перемещался по продольному профилю вдоль одной из больших граней модели балки, что позволяло обеспечить необходимую детальность наблюдений. Широкополосные датчики поршневого типа были изготовлены на основе дисков из пьезокерамики ЦТС-19 диаметром 2 мм и толщиной 1 мм. Оси максимальной чувствительности датчиков ориентировались перпендикулярно к поверхностям, на которых проводились измерения.

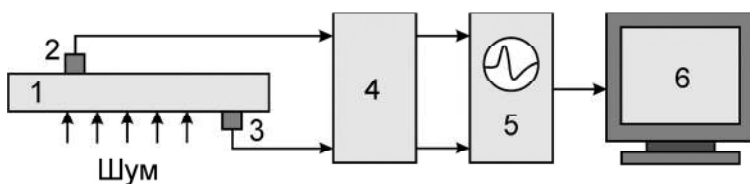


Рис. 1. Схема эксперимента:

1 – модель; 2 – передвижной и 3 – опорный ультразвуковые датчики;
4 – усилитель; 5 – цифровой осциллограф; 6 – персональный компьютер

После каждой установки передвижного датчика в новой точке профиля наблюдений производилась синхронная запись сигналов от двух датчиков с частотой дискретизации 100 кГц длительностью примерно 6,5 с каждая. Шумовые сигналы от датчиков после усиления подавались на двухканальный цифровой осциллограф В-423, и затем в цифровом виде записывались на жесткий диск персонального компьютера для последующей обработки.

Поскольку эксперименты были направлены на изучение стоячих волн, формирующихся в различных объектах под действием шумового поля, необходимым условием для получения кондиционных данных было превышение уровня акустических шумов над шумами иной природы (электрическими помехами, внутренними шумами аппаратуры и т. д.). Результаты предварительных экспериментов показали, что регистрируемые в лабораторных условиях акустические шумы не превышают по интенсивности собственные шумы аппаратуры и внешние электрические помехи.

Поэтому в экспериментах приходилось принимать меры для повышения интенсивности «полезного» акустического шума. Возбуждение в моделях дополнительного шумового поля, имитирующего микросейсмичность в натуральных объектах, в большинстве случаев производилось с помощью устройства, работающего по принципу автомобильных стеклоочистителей («дворников») – шум генерировался в результате возвратно-поступательного движения щетки с жесткой щетиной по поверхности исследуемого объекта (рис. 2).

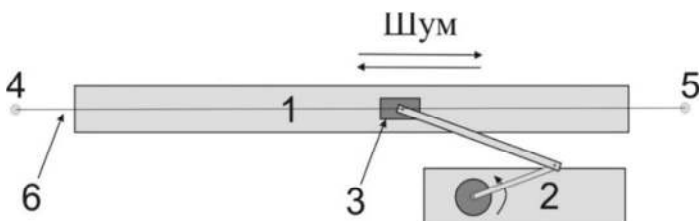


Рис. 2. Схема генерации дополнительного акустического шума:
 1 – модель; 2 – электродвигатель; 3 – щетка; 4 и 5 – опоры для фиксации направляющей струны

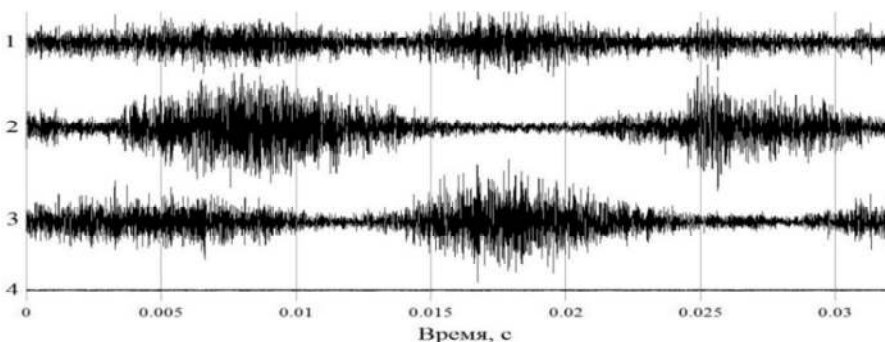
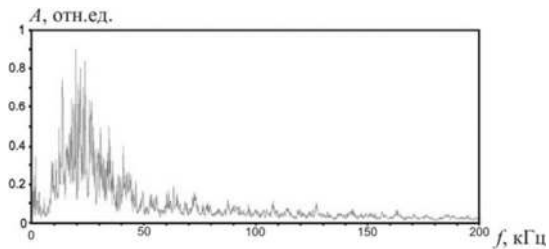
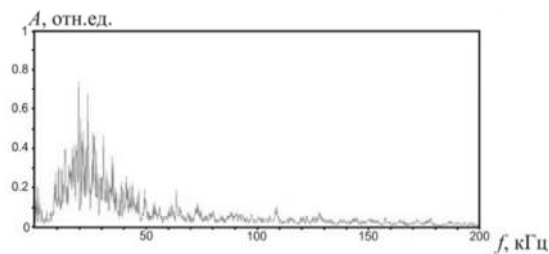


Рис. 3. Примеры записей искусственно генерируемых (1–3) и естественных (4) акустических шумов на поверхности бетона

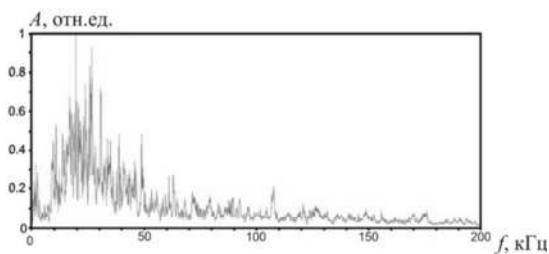
На рис. 3 показаны фрагменты шумовых записей, полученных с помощью этого устройства (трассы 1–3), в сравнении с записями естественных акустических шумов (трасса 4). Амплитудные спектры этих записей показаны на рис. 4 (для наглядности масштаб оси ординат на



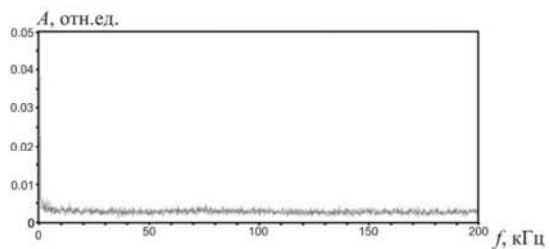
a



б



в



г

Рис. 4. Спектры искусственных акустических шумов (*a–в*) и естественного шума (*г*)

спектре естественных шумов увеличен в 20 раз). Как показывают рис. 3 и 4, во всем частотном диапазоне (до 200 кГц) уровень акустических шумов при их дополнительной генерации как минимум на порядок превышает уровень естественных акустических шумов и шумов иной природы.

Хотя спектры искусственного шума в общих чертах похожи (в частности имеют повышенные амплитуды в диапазоне 10...50 кГц), можно видеть, что генерируемый шум имеет нестационарный характер – от записи к записи меняются его как амплитудные, так и частотные свойства. Учитывая, что источник, кроме того, не находился в фиксированной точке, а постоянно менял положение, генерируемый им акустический шум можно считать достаточно адекватной моделью микросейсм, воздействующих на натурные объекты в реальных условиях.

4. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Как показало предварительное численное моделирование методом конечных элементов, выполненное с помощью программного комплекса MSC Nastran [21] в килогерцовом диапазоне частот, при выбранной методике наблюдений после обработки шумового поля из всего многообразия стоячих волн наилучшим образом должны выделяться именно изгибные колебания образцов. При установке датчиков на больших гранях образца регистрируются преимущественно его колебания по толщине (схематическое изображение на примере второй моды показано на рис. 5, *а*), а при расположении датчиков на средних по площади гранях – колебания по ширине образца (рис. 5, *б*).

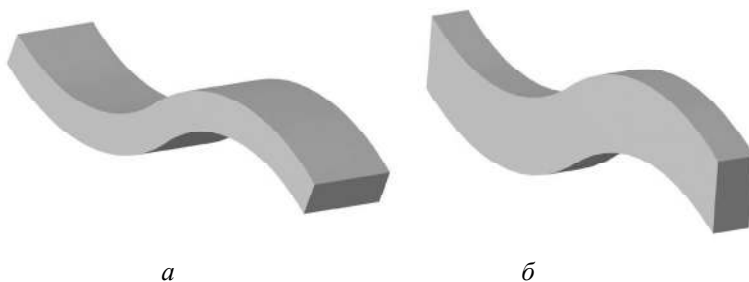


Рис. 5. Вторая изгибная мода в балке прямоугольного сечения

Для определения частот мод таких изгибных стоячих волн, являющихся собственными частотами образца, рассчитывался обобщенный амплитудный спектр, полученный усреднением амплитудных спектров шумовых записей по времени и по всем точкам профиля наблюдений. Для усреднения по времени исходные шумовые записи разбивались на

блоки по 8196 отсчетов, для них вычислялись амплитудные спектры, которые затем усреднялись. Дальнейшее усреднение по всем точкам наблюдений позволяло нивелировать эффект исчезновения пиков отдельных мод стоячих волн в спектрах записей, зарегистрированных в точках вблизи узлов этих мод.

Пример обобщенного спектра для изгибных колебаний по толщине незакрепленной монолитной балки из бетона длиной 50 см, лежащей без жестких опор на поролоновой подложке, показан на рис. 6. Как видно из рисунка, в обобщенном спектре наблюдается квазипериодическое чередование хорошо выраженных пиков, характерное для свободных стоячих волн в ограниченном теле.

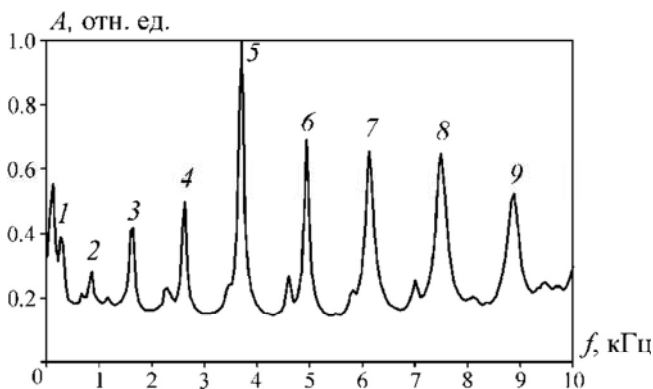


Рис. 6. Пример обобщенного амплитудного спектра шумового поля в прямоугольной балке

Цифрами отмечены частотные пики соответствующих мод изгибных стоячих волн

Постепенное увеличение интервалов между соседними пиками с ростом частоты обусловлено геометрической дисперсией скорости изгибных волн, которая, как известно, сильно зависит от частоты даже в случае идеальной упругости [11]. Для тонких стержней и пластин, поперечные размеры которых много меньше длины волны, скорость изгибных волн пропорциональна корню из частоты, в более высокочастотной области скорость с частотой растет медленнее.

Для идентификации стоячих волн, т. е. для установления соответствия наблюдаемых пиков конкретным модам стоячих волн, применя-

лась программа, разработанная в Алтае-Саянском филиале ГС СО РАН для обработки микросейсмических данных, регистрируемых при обследовании зданий и сооружений. В этой программе реализована процедура преобразования разновременных данных к «единому» времени на основе пересчета фильтрами Винера. Эта процедура позволяет эффективно выделять на фоне некогерентного шума когерентные колебания, связанные со стоячими волнами.

Пример такого выделения представлен на рис. 7, на котором показаны формы изгибных мод (по толщине образца) в виде распределения амплитудных спектров вдоль продольного профиля на поверхности наибольшей грани образца. На рисунке каждой изгибной моде соответствует чередование вдоль профиля наблюдений на характерной для нее собственной частоте максимумов (пучностей стоячих волн) и минимумов (узлов стоячих волн) амплитудных спектров. Анализ такой интерференционной картины позволяет не только подтвердить, что выделены именно изгибные волны, но и определить, какой моде стоячих волн соответствует пик на обобщенном спектре (см. рис. 6).

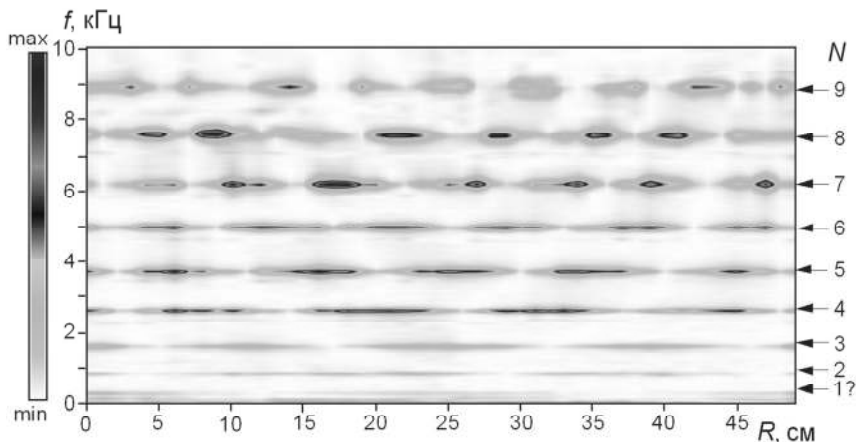


Рис. 7. Восстановленное из акустических шумов поле изгибных стоячих волн в незакрепленной балке:

f – частота; R – расстояние вдоль исследуемого профиля

На рис. 8 изображено поле изгибных волн, полученное по тем же данным, что и поле, представленное на рис. 7, но до их пересчета

к «единому» времени. Как можно видеть, и в этом случае идентифицируются стоячие волны, но из-за нестационарного характера шума отдельные моды в этом случае выделяются несколько хуже, пучности более «размыты» по оси частот.

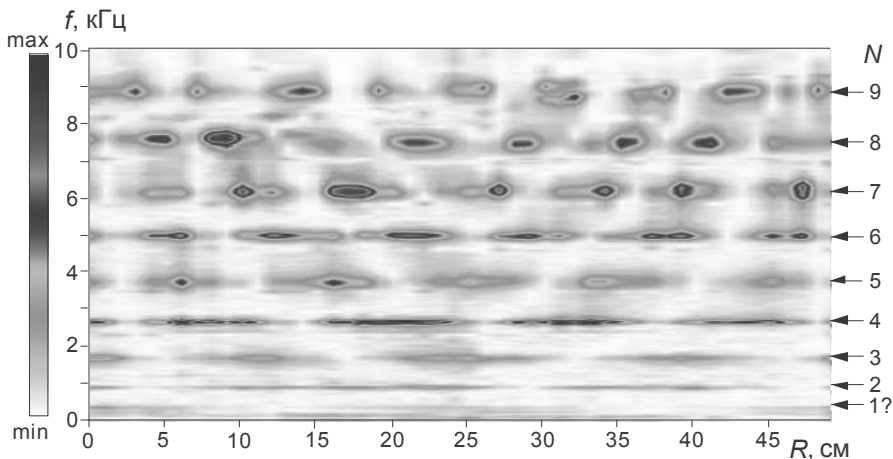


Рис. 8. Поле изгибных стоячих волн до пересчета к «единому» времени

Для восьми мод изгибных стоячих волн в незакрепленной балке прямоугольного сечения из бетона было проведено сравнение собственных частот, определенных экспериментально по обобщенному спектру и рассчитанных численно. Сравнение для первой (низшей) моды не проводилось в связи с ее недостаточно надежной идентификацией.

Численные расчеты проводились методом конечных элементов с помощью комплекса MSC Nastran [21]. Эти расчеты были продублированы с практически идентичными результатами (все остальные приводимые далее в работе [21] результаты расчетов методом конечных элементов также получены с помощью программного комплекса MSC Nastran). При расчетах задавались точные геометрические размеры модели, шаг расчетной сетки 10 мм и экспериментально определенные данные о плотности ρ и скоростях продольных V_p и поперечных V_s волн в исследуемом образце: $\rho = 1,94 \text{ г/см}^3$, $V_p = 2530 \text{ м/с}$, $V_s = 1490 \text{ м/с}$.

Погрешности при измерении этих параметров не превышали 0,5 % для плотности и 1,5 % – для скоростей упругих волн.

Использувавшиеся для расчетов программные комплексы позволяли моделировать разные виды механического воздействия на изучаемые объекты (импульсное, гармоническое, шумовое). В нашем случае при компьютерном моделировании акустическое воздействие задавалось в виде колебаний типа «белый шум» на нижней грани образца, что наиболее близко соответствовало условиям проведенных лабораторных экспериментов. Результатами расчетов являлись значения частот и амплитуд различных мод. Кроме того, была возможность визуализировать форму колебаний для каждой собственной частоты, что позволяло безошибочно идентифицировать интересующие нас изгибные стоячие волны.

В таблице представлены результаты сравнения собственных частот, полученных по данным физического (f_T^Φ , f_{III}^Φ) и компьютерного (f_T^K , f_{III}^K) моделирования для изгибных колебаний по толщине и ширине образца соответственно. Из таблицы видно, что экспериментальные данные хорошо согласуются с данными численного моделирования, особенно для изгибных колебаний по ширине образца. Почти для всех мод частоты, определенные экспериментально, отличаются от рассчитанных методом конечных элементов не более чем на 2 %, а среднее отклонение составило 1,1 %. При этом отличия имеют регулярный характер – экспериментально определенные частоты, как правило, несколько больше расчетных.

Это может быть связано как с неточным определением физических свойств материала образца, его неоднородностью и неидеальной геометрической формой, так и с вычислительными погрешностями. Нужно также отметить, что несмотря на однозначное определение частот экспериментальных пиков, обусловленное высокой добротностью бетона, точность такого определения ограничена дискретностью спектров. В нашем случае спектральная разрешающая способность составляла примерно 12 Гц, поэтому точность измерения собственных частот составляла от 0,1 % примерно до 1,5 %, в зависимости от номера моды.

По приведенным в таблице значениям частот восьми мод можно, воспользовавшись формулой (1), оценить геометрическую дисперсию

скорости изгибных волн в данной модели балки. Для изгибных колебаний по толщине скорость изменяется примерно от 465 до 990 м/с в диапазоне 0,93...8,89 кГц, а для колебаний по ширине – от 815 до 1425 м/с в диапазоне 1,63...12,84 кГц. Это изменение меньше, чем предсказывает теория упругости [24] для тонких по сравнению с длиной волны стержней (для которых скорость пропорциональна квадратному корню из частоты), так как при выбранной геометрии модели балки она не может считаться тонкой для частот, на которых формируются стоячие волны.

Сравнение собственных частот, определенных с помощью физического (f_T^Φ , $f_{Ш}^\Phi$) и компьютерного (f_T^K , $f_{Ш}^K$) моделирования для изгибных колебаний по толщине и по ширине незакрепленной балки соответственно

Номер моды	f_T^K , кГц	f_T^Φ , кГц	f_T^Φ / f_T^K	$f_{Ш}^K$, кГц	$f_{Ш}^\Phi$, кГц	$f_{Ш}^\Phi / f_{Ш}^K$
2	0,914	0,93	1,018	1,643	1,63	0,992
3	1,692	1,71	1,011	3,23	3,27	1,012
4	2,638	2,69	1,02	4,75	4,79	1,008
5	3,68	3,76	1,022	6,31	6,4	1,014
6	4,94	4,98	1,008	7,93	8,01	1,01
7	6,132	6,15	1,003	9,55	9,62	1,007
8	7,65	7,52	0,983	10,99	11,04	1,005
9	8,801	8,89	1,01	12,833	12,84	1,001

Таким образом, сравнение результатов физического и численного моделирования показало, что метод выделения стоячих волн из шумового поля, первоначально разработанный для обследования крупных инженерных сооружений, может с успехом применяться в лабораторных экспериментах, в том числе с целью поиска критериев для диагностирования дефектов по стоячим волнам, формирующимся в различных объектах под действием акустического шума.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ЛЬДА ПО СТОЯЧИМ ВОЛНАМ

В настоящем разделе приведены результаты натуральных экспериментов, направленных на оценку возможностей определения толщины ледяного покрова водоемов по зарегистрированным на поверхности льда акустическим шумам. Показано, что по частотам, генерируемых шумами, в слое льда стоячих волн вертикального сжатия-расширения уверенно определяется как толщина ледяного покрова, так и тип подстилающей среды (вода или мерзлый грунт).

Необходимость измерения толщины образующегося над водной поверхностью при отрицательных температурах ледяного покрова может возникать при решении множества практических задач: обеспечения безопасного передвижения людей по замерзшим водоемам и транспортных средств по ледовым переправам и автозимникам, прогнозирования паводков, оценки качества ледовых карт, создаваемых на основе спутниковых методов дистанционного мониторинга ледовой обстановки и т. д.

Кроме водоемов, иногда представляет интерес и оценка толщины льда, образовавшегося на суше, например для оценки запасов ледниковой воды [17].

Среди методов определения толщины ледяного покрова самым точным, но и самым трудоемким является прямой метод, предполагающий бурение лунок и измерение толщины льда ледомерной рейкой. При мониторинговых работах такие измерения проводят дистанционными методами, например, с использованием авиации [19] или космических аппаратов [23], но точность этих методов относительно невысока. При движении судоходного транспорта во льдах применяются

визуальные или телевизионные наблюдения за обломками льдин, занимающих возле судна положение, близкое к вертикальному, что дает возможность оценить толщину их бокового скола [22].

Наиболее распространенный метод определения толщины льда основан на электромагнитном зондировании ледяного покрова георадаром [17, 25, 26]. Этот метод характеризуется высокой производительностью и достаточно хорошей точностью, но при большой изменчивости электрических параметров льда (например, в соленой воде) он может требовать периодической калибровки аппаратуры.

В последнее время предлагаются и новые методы, основанные на анализе интерференционных диаграмм, создаваемых сигналами навигационных спутников ГЛОНАСС и GPS [31], на оптических эффектах (с использованием лидара) [32].

Акустические методы применяются также для определения толщины льда. Как правило, это активные методы, например эхолокация с поверхности льда [35] или из-под воды с помощью сонара [37]. Ниже представлены результаты применения для определения толщины льда пассивного акустического метода, основанного на выделении стоячих волн из записанного на поверхности льда акустического шума.

Этот метод уже неоднократно применялся нами ранее, например, при проведении физического моделирования и натуральных экспериментов по определению пустот в грунтовых отложениях [38]. Метод сводится к регистрации акустических шумов на поверхности исследуемого ограниченного объекта и накоплению амплитудных спектров большого числа шумовых записей. Это позволяет выделять из шума формирующиеся под его воздействием в объекте стоячие волны.

В нашем случае таким ограниченным объектом является слой льда, лежащий на поверхности воды или мерзлого грунта. В таком слое при формировании стоячих волн между его нижней и верхней границей должно укладываться в зависимости от условий отражения на них либо целое число полудлин, либо нечетное число четвертей длин стоячих волн (подобно стоячим волнам в незакрепленном или закрепленном с одного конца стержне [40]).

Частоты стоячих волн вертикального сжатия-растяжения в слое (собственные частоты слоя) в этих двух случаях определяются соответственно формулами

$$f_n = \frac{nV_{\text{п}}}{2h} \quad (3)$$

– для льда, под которым находится вода или воздух, или

$$f_n = \frac{(2n-1)V_{\text{п}}}{4h} \quad (4)$$

– для льда, лежащего поверх мерзлого грунта. Здесь n – номер моды стоячих волн; $V_{\text{п}}$ – скорость продольных волн; h – расстояние между границами слоя.

В обоих случаях интервал между соседними собственными частотами равен $\Delta F = (f_{n+1} - f_n) = V_{\text{п}} / 2h$. На усредненных в результате накопления амплитудных спектрах это проявляется в регулярной последовательности резонансных пиков на частотах стоячих волн. Таким образом, при известной скорости $V_{\text{п}}$ и частотах каких-либо двух соседних (по порядку моды) стоячих волн вертикального сжатия-растяжения толщина слоя льда может быть определена по формуле

$$h = \frac{V_{\text{п}}}{2\Delta F}. \quad (5)$$

Заметим также, что для формулы (3) $\Delta F = f_1$, а для формулы (4) $\Delta F = 2f_1$. Поэтому вычислять толщину слоя можно и по частоте низшей моды, имея в виду тип зависимости, которой соответствует распределение резонансных пиков на оси частот. Таким образом, над водой (или над воздухом в случае зависания льда) интервал ΔF равен частоте низшей моды, а над грунтом – ее удвоенной величине.

Для оценки возможностей применения для определения толщины льда пассивного акустического метода, основанного на выделении стоячих волн из акустического шума, в конце января – начале февраля 2019 г. были проведены натурные эксперименты на двух водоемах в районе Новосибирского академгородка – на реке Зырянка и на пляже «Звезда» на Обском водохранилище (рис. 9). Регистрация шумовых записей проводилась на линейных профилях с шагом 1 м. На реке профиль длиной 20 м был ориентирован вдоль берегов и находился примерно в ее средней части, причем заведомо над водой, так как из-под льда отчетливо было слышно ее журчание. На пляже «Звезда» профиль наблюдений был примерно перпендикулярен к береговой

линии и располагался частично над водой, а частично – над мерзлым песком.

Регистрация шумовых сигналов производилась на верхних гранях моделей двумя широкополосными датчиками поршневого типа, изготовленными на основе дисков из пьезокерамики ЦТС-19 диаметром 2 мм и толщиной 1 мм. Оси максимальной чувствительности датчиков были ориентированы перпендикулярно поверхностям, на которых проводились измерения, поэтому регистрировались преимущественно вертикальные колебания. Один датчик использовался как опорный: он устанавливался неподвижно в одной из точек на верхней грани очищенного льда. Второй датчик в ходе экспериментов последовательно устанавливался также на верхней грани очищенного льда.

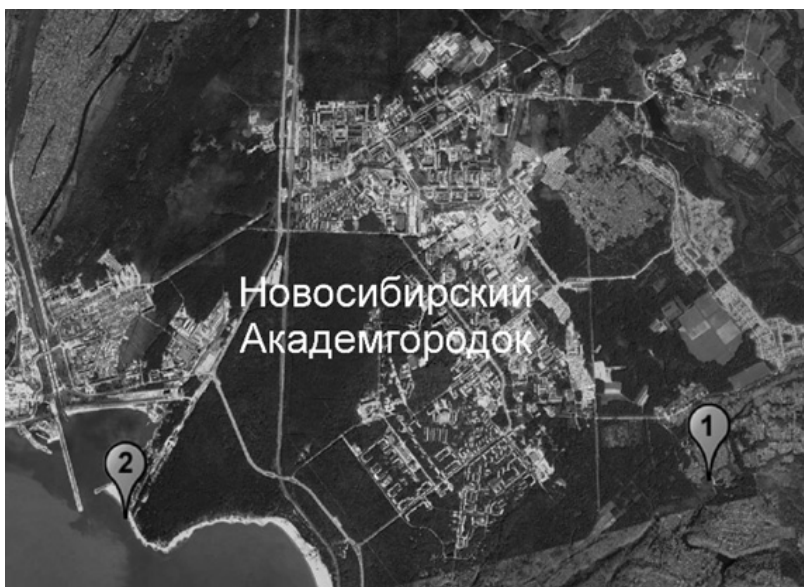


Рис. 9. Положение участков наблюдений на р. Зырянка (1) и на пляже «Звезда» на Обском водохранилище (2)

После установки передвижного датчика каждой точке системы наблюдений производилась синхронная запись шумовых сигналов от обоих датчиков – после предварительного усиления они регистрировались двухканальным цифровым осциллографом В-423 и записывались

на жесткий диск персонального компьютера (ПК) для последующей обработки. Длительность регистрации при каждом положении передвижного датчика составляла примерно 2 с при частоте дискретизации 100 кГц. Применение одного или нескольких датчиков в качестве опорных позволяет использовать разновременные данные, полученные с помощью малоканальной (в нашем случае двухканальной) аппаратуры, для имитации одновременных наблюдений в большом числе точек. Алгоритм пересчета данных к «единому» времени, программная реализация которого использовалась при обработке данных физического моделирования, описан в работах [5–7]. Он позволяет по шумовым данным, полученным при разновременных наблюдениях в разных точках исследуемого объекта, и дополнительным данным, синхронно записанным в одной или нескольких неподвижных опорных точках, эффективно выделять когерентные колебания, связанные со стоячими волнами, на фоне некогерентного шума. Схема экспериментов представлена на рис. 10.

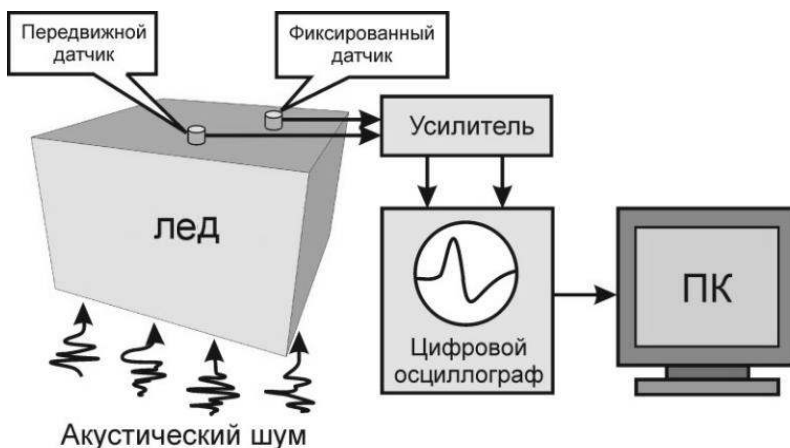


Рис. 10. Схема экспериментов

Общая длительность шумовых записей в каждой точке составляла 30 с при наблюдениях на р. Зырянка и 2 мин – на пляже «Звезда», где течение практически отсутствует и уровень шума соответственно был значительно ниже.

При обработке записи разбивались на фрагменты длительностью по 8192 отсчетов (примерно 82 мс), после чего проводилось накопление амплитудных спектров этих фрагментов. Частоты выделяемых на усредненных амплитудных спектрах резонансных пиков использовались для определения по формуле (5) толщины ледяного покрова в точках наблюдений. При этом предполагалось, что скорость продольных волн V_{Π} для льда известна и в разных точках наблюдений меняется незначительно. Поэтому при расчетах использовалось значение $V_{\Pi} = 4090$ м/с, определенное импульсным методом на керне льда, полученном при бурении контрольной лунки в районе пляжа «Звезда».

На рис. 11 показаны примеры усредненных спектров шумовых записей, зарегистрированных на двух участках наблюдений. Как можно видеть, даже при относительно малой длительности регистрации шумов на их спектрах можно уверенно выделить несколько регулярных резонансных пиков. Регулярность пиков на амплитудных спектрах и согласие с формулами (3) и (4) позволяет идентифицировать эти пики как резонансы на частотах стоячих волн.

Действительно, если лед покрывает более низкоскоростную относительно его воду (рис. 11, а, б), то эти пики расположены на оси частот с высокой точностью в соответствии с формулой (3). Например, на рис. 11, а частоты первых четырех мод стоячих волн равны 17,4, 34,8, 52,1 и 69,5 кГц. В то же время над мерзлым песком (рис. 11, в) распределение пиков согласуется с формулой (4), что говорит о его большей акустической жесткости в сравнении со льдом (в основном, по-видимому, из-за более высокой плотности минеральных зерен).

Соответствие выделенных регулярных пиков стоячим волнам вертикального сжатия-растяжения ледового слоя, а не стоячим волнам других типов (например, сдвиговым) обусловлено применением при измерениях датчика, регистрирующего преимущественно вертикальную компоненту акустического шума. Подтверждение такой природы стоячих волн дает сопоставление результатов прямого измерения толщины льда в контрольной лунке ледомерной рейкой и расчет толщины по формуле (5). Измеренная рейкой толщина льда над водой составила примерно 10,2 см. Определенная по записанному рядом с лункой шуму частота низшей моды равна $f_1 = 19,92$ кГц, что при

измеренной скорости $V_{\text{п}} = 4090$ м/с в соответствии с формулой (5) даст практически такую же толщину 10,27 см. Этот пример, кроме того, подтверждает корректность применения рассматриваемого метода для определения толщины ледяного покрова водоемов.

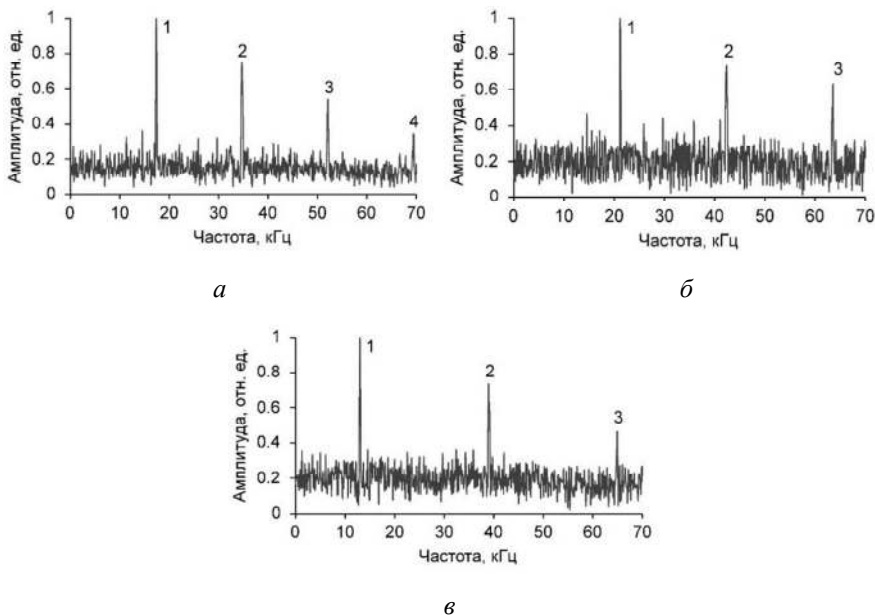
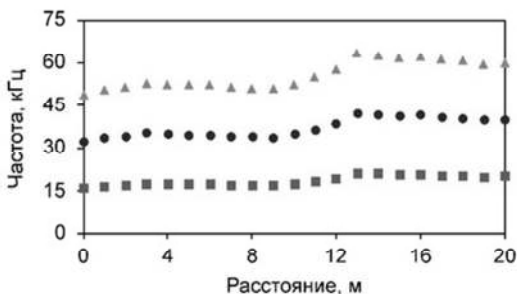


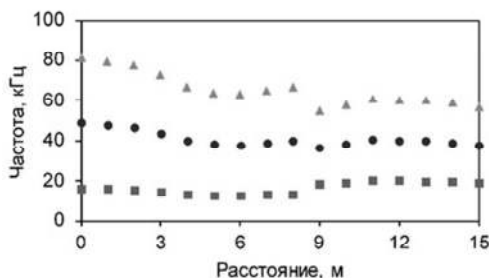
Рис. 11. Примеры нормированных осредненных амплитудных спектров шумовых записей, зарегистрированных на ледяном покрове р. Зырянка (а) и возле береговой линии Обского водохранилища на льду над водой (б) и над мерзлым песком (в)

Частоты трех низших мод для всех точек наблюдений двух экспериментов показаны на рис. 12. На этом рисунке хорошо видно, что для наблюдений на р. Зырянка частоты второй и третьей моды превышают частоту первой моды в 2 и 3 раза соответственно, что согласуется с формулой (1). Такая же закономерность наблюдается для измерений, выполненных на пляже «Звезда», но только для участка профиля 9...15 м. На части профиля от 0 до 8 м частотный интервал между соседними модами равен удвоенной частоте низшей моды, что согласуется с фор-

мулой (4). Из этого следует, что от 0 до 8 м профиль проходит над мерзлым песком, от 9 до 15 м – над водой, а между отметками 8 и 9 м находится граница этих зон.



a

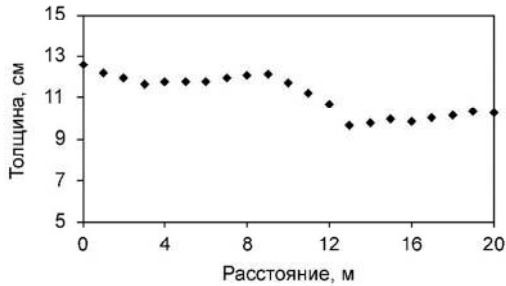


б

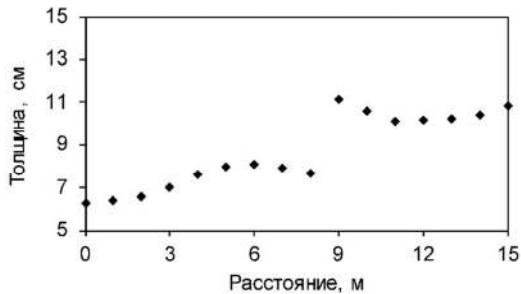
Рис. 12. Частоты первой (квадратные маркеры), второй (круглые маркеры) и третьей (треугольные маркеры) мод стоячих волн сжатия-растяжения для профилей наблюдений на р. Зырянка (*a*) и на пляже «Звезда» (*б*)

И, наконец, на рис. 13 показано распределение толщины льда вдоль профилей, на которых были выполнены шумовые измерения. Как можно видеть, на р. Зырянка толщина льда составила в среднем около 11 см, изменения на профиле в основном не превышают 3 см. На Обском водохранилище (возле пляжа «Звезда») толщина льда над водой примерно такая же – порядка 10...11 см. Но в зоне береговой линии

наблюдается ее резкое снижение, связанное, по-видимому, с резким уменьшением наклона дна.



а



б

Рис. 13. Распределение толщины льда вдоль профилей наблюдений на р. Зырянка (*а*) и на пляже «Звезда» (*б*)

В заключение отметим, что проведенные эксперименты показали эффективность использования акустических шумов для определения толщины ледяного покрова водоемов, а также для оценки типа подстилающей среды (вода или мерзлый грунт), на которой лежит слой льда.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ И ЗАДАЧИ

1. Упругие стоячие волны в геофизических приложениях. Какого типа волны? Где применяются?
2. Что такое стоячая волна? Уравнение стоячей волны. Что такое резонанс? (Определение узла, пучности, формы, моды стоячих волн.)
3. Собственные моды колебаний и их виды.
4. Регистрация сейсмических колебаний.
5. Сейсмические волны. Объемные волны.
6. Многоканальные исследования колебаний сооружений.
7. Понятие сейсмологии.
8. Суть метода конечных элементов.
9. Чем обусловлена интерференция бегущих волн различной физической природы?
10. Отличие изгибных и сжатия-расширения мод.
11. Скорость распространения упругих волн во льду составляет 4100 м/с, значение низшей моды (сжатия-расширения) равно 10 кГц. Какова толщина льда?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Арсеньева Н. М.* Сейши на озерах СССР / Н. М. Арсеньева, Л. К. Давыдов, Л. Н. Дубровина, Н. Г. Конкина. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1963. – 184 с.
2. *Бержинский Ю. А.* Экспериментальные исследования сейсмостойкости безригельного каркаса в г. Иркутске / Ю. А. Бержинский, Л. П. Бержинская, Л. И. Иванькина, А. П. Ордынская, Г. Н. Масленникова, В. А. Павленов, Е. Н. Черных, Г. И. Татьков // Труды 5 Российско-Монгольской конференции по астрономии и геофизике, Истомино, Бурятия, 23–28 сент., 2004. – Иркутск : Изд-во ИСЗФ СО РАН, 2005. – С. 136–139.
3. *Гик Л. Д.* Сейсмическое моделирование сложнопостроенных структур / Л. Д. Гик. – Новосибирск : Наука, 1983. – 118 с.
4. *Гик Л. Д.* Исследование по многоволновому акустическому каротажу и сейсмо моделированию / Л. Д. Гик. – АН СССР, Сиб. отделение, Институт геологии и геофизики. – Новосибирск : ИГиГ СО РАН, 1990. – 163.
5. *Еманов А. Ф.* Детальные инженерно-сейсмологические исследования зданий и сооружений стоячими волнами / А. Ф. Еманов, В. С. Селезнев, А. А. Бах, И. А. Данилов, А. П. Кузьменко // Материалы геофиз. конф. «Проблемы региональной геофизики». – Новосибирск : ООО «Типография Сибири», 2001. – С. 51–54.
6. *Еманов А. Ф.* Когерентное восстановление полей стоячих волн как основа детального сейсмологического обследования инженерных сооружений / А. Ф. Еманов, В. С. Селезнев, А. А. Бах // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2007. – № 3. – С. 20–23.
7. *Еманов А. Ф.* Диагностирование потери устойчивости опор трубопроводов по акустическим шумам: лабораторный эксперимент / А. Ф. Еманов, А. А. Каргаполов, Ю. И. Колесников, К. В. Федин // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. – 2013. – № 4. – С. 84–90.
8. *Ивакин Б. Н.* Методы моделирования сейсмических волновых явлений / Б. Н. Ивакин. – Москва : Наука, 1969. – 287 с.
9. *Ивакин Б. Н.* Подobie упругих волновых явлений. Ч. I / Б. Н. Ивакин // Изв. АН СССР. Сер геофиз. – 1956¹. – № 11. – С. 1269–1382.

10. *Ивакин Б. Н.* Подобие упругих волновых явлений. Ч. II / Б. Н. Ивакин // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. – 1956². – № 12. – С. 1384–1388.
11. *Исакович М. А.* Общая акустика / М. А. Исакович. – Москва : Наука, 1973. – 496 с.
12. *Калиниченко В. А.* Экспериментальное исследование волн Фарадея максимальной высоты / В. А. Калиниченко, С. Я. Секерж-Зенькович // Изв. РАН. МЖГ. – 2007. – № 6. – С. 120–126.
13. *Калитеевский Н. И.* Волновая оптика / Н. И. Калитеевский. – Москва : Высшая школа, 1971. – 376 с.
14. *Колесников Ю. И.* О детальном изучении резонансных свойств верхней части разреза по микросейсам: данные физического моделирования / Ю. И. Колесников, К. В. Федин, А. Ф. Еманов // Технологии сейсморазведки. – 2013. – № 3. – С. 52–63.
15. *Колесников Ю. И.* О диагностике потери устойчивости опор трубопроводов по акустическим шумам / Ю. И. Колесников, К. В. Федин, А. А. Каргаполов, А. Ф. Еманов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2012¹. – № 4. – С. 59–67.
16. *Колесников Ю. И.* О диагностике состояния конструктивных элементов сооружений по шумовому полю (по данным физического моделирования) / Ю. И. Колесников, К. В. Федин, А. А. Каргаполов, А. Ф. Еманов // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2012². – № 1. – С. 3–11.
17. *Кулижников А. М.* Георадиолокационные обследования ледовых переправ // Инженерные изыскания. – 2016. – № 8. – С. 22–29.
18. *Лепендин Л. Ф.* Акустика: учеб. пособие для вузов / Л. Ф. Лепендин. – Москва : Высшая школа, 1978. – 448 с.
19. *Михайлов М. И.* Измерение толщины льда на пресноводном пруде и реке с использованием сигналов ГЛОНАСС и GPS / М. И. Михайлов, К. В. Музалевский, В. Л. Миронов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2017. – Т. 14, № 2. – С. 167–174.
20. *Пейн Г.* Физика колебаний и волн / Г. Пейн. – Москва : Мир, 1979. – 392 с.
21. *Рычков С. П.* MSC.visualNASTRAN для Windows / С. П. Рычков. – Москва : ИТ Пресс, 2004. – 552 с.
22. *Сероветников С. С.* Судовой телевизионный комплекс – реализация автоматизированной системы натуральных измерений толщины морского льда / С. С. Сероветников, С. В. Фролов, А. Э. Клейн // Российская Арктика. – 2018. – № 2. – С. 41–55.
23. *Смирнов В. Г.* Спутниковый мониторинг морских льдов / В. Г. Смирнов, А. В. Бушуев, И. А. Бычкова, Н. Ю. Захваткина, В. С. Лоцилов // Проблемы Арктики и Антарктики. – 2010. – № 2 (85). – С. 62–76.

24. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний / С. П. Стрелков. – Москва : Наука, 1964. – 440 с.
25. *Финкельштейн М. И.* Радиолокационные аэроледомерные съемки рек, озер, водохранилищ / М. И. Финкельштейн, Э. И. Лазарев, А. Н. Чижов. – Ленинград : Гидрометеоздат, 1984. – 112 с.
26. *Хайкин С. Э.* Физические основы механики / С. Э. Хайкин. – Москва : Наука, 1962. – 772 с.
27. *Чичинин И. С.* Геоакустические исследования: методика и аппаратура / И. С. Чичинин, Е. М. Аверко, В. З. Кокшаров // АН СССР, Сиб. отделение, Институт геологии и геофизики. – Новосибирск, 1988. – 131 с.
28. *Bretherton F.* Small-scale modeling of onshore seismic experiment: A tool to validate numerical modeling and seismic imaging methods / F. Bretherton, D. Leparoux, O. Durand, O. Abraham // *Geophysics*. – 2011. – Vol. 76. – № 5. – P. T101–T112.
29. *Cerveny V.* Theory of seismic head waves / V. Cerveny and R. Ravindra // university of Toronto press. – 1971– Vol. 312.
30. *Cooper J. K.* The wedge model revisited: a physical modeling experiment / J. K. Cooper, D. C. Lawton, G. F. Margrave // *Geophysics*. – 2010. – Vol. 75. – № 2. – P. T15–T21.
31. *Fu H.* Double-frequency ground penetrating radar for measurement of ice thickness and water depth in rivers and canals: Development, verification and application / H. Fu, Z. Liu, X. Guo, H. Cui // *Cold Regions Science and Technology*. – 2018. – Vol. 154. – P. 85–94.
32. *Kirby M. S. Jr.* Method and Apparatus for Measurement of Ice Thickness Employing Ultrasonic Pulse Echo Technique / M. S. Kirby, R. J. Hansman // United States Patent, Number: 4,628,736, Date of Patent: Dec. 16, 1986.
33. *Kolesnikov Yu. I.* Detecting underground cavities using microtremor data: physical modelling and field experiment / Yu. I. Kolesnikov, K. V. Fedin // *Geophysical Prospecting*. – 2018. – Vol. 66, No. 2. – P. 342–353.
34. *Kolesnikov Yu. I.* Direct determination of resonant properties of near-surface sediments using microtremor/ Yu. I. Kolesnikov, K. V. Fedin, L. Ngomaizve // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2019. – T. 125. – C. 105739–105739 (8 pages)
35. *Pershin S. M.* Ice thickness measurements by Raman scattering / S. M. Pershin, V. N. Lednev, V. K. Klinkov, R. N. Yulmetov, A. F. Bunkin // *Optics Letters*. – 2014. – Vol. 39, No. 9. – P. 2573–2575.
36. *Sentman D. D.* Schumann Resonances / D. D. Sentman // In: *Handbook of Atmospheric Electrodynamics*. – Vol. 1, H. Volland, Editor, CRC Press, Boca Raton, USA. – 1995. – P. 267–298.

37. *Singh S. K.* Estimation of glacier ice thickness using Ground Penetrating Radar in the Himalayan region / S. K. Singh, B. P. Rathore, I. M. Bahuguna, A. L. Ramnathan // *Current Science*. – 2012. – Vol. 103, No. 1. – P. 68–73.
38. *Shaw A.* Determination of Ice Thickness on Lakes and Canals Using Audio Sound / A. Shaw, N. F. Declercq // *Acta Acustica United with Acustica*. – 2015. – Vol. 101. – P. 484–493.
39. *Terada T.* Experimental studies on elastic waves / T. Terada, C. Tsuboi // *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ.* – 1927. – Vol. 3. – P. 55–65.
40. *Wadhams P.* Arctic sea ice thickness characteristics in winter 2004 and 2007 from submarine sonar transects / P. Wadhams, N. Hughes, J. Rodrigues // *Journal of Geophysical Research*. – 2011. – Vol. 116. – C00E02.

Федин Константин Владимирович

СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ В ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Учебно-методическое пособие

Редактор *Л.Н. Ветчакова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Корректор *И.Е. Семенова*
Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*
Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 04.12.2020. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная
Тираж 50 экз. Уч.-изд. л. 2,09. Печ. л. 2,25. Изд. № 192. Заказ № 21
Цена договорная

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20